ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JUIN 1915.

PRÉSIDENCE DE M. Ed. PERRIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Extrême lenteur du refroidissement dans les parties profondes de la croûte terrestre et tentative pour y apprécier, à partir d'une certaine époque, les progrès de la solidification.* Note de M. J. **Boussinesq**.

I. Vérifions qu'avec les données indiquées dans ma dernière Note, pour E, u_0 et h [1], la condition $v = u_0$ au bas de la croûte n'a pas cessé d'être satisfaite *physiquement* par la formule (1) de cette Note, depuis l'origine du refroidissement. Mais, dans ce but, je démontrerai d'abord l'expression asymptotique vers laquelle tend, quand ω grandit, l'intégrale $\psi(\omega) = \int_\omega^\infty e^{-\alpha^2} d\alpha$; et j'évaluerai approximativement celle-ci.

Remplaçons la variable α d'intégration, en prenant $\alpha = \omega + \frac{\beta}{2\omega}$, par une autre, β, propre à rendre constante la limite inférieure. Il vient

$$(1) \qquad \psi(\omega) = \frac{e^{-\omega^2}}{2\omega} \mathrm{I},$$

si l'on pose successivement, en faisant, à la fin, $e^{-\beta} = \gamma$,

$$(2) \qquad \mathrm{I} = \int_0^\infty e^{-\beta - \frac{\beta^2}{4\omega^2}} d\beta = \int_{\beta=\infty}^{\beta=0} e^{-\frac{\beta^2}{4\omega^2}} de^{-\beta} = \int_0^1 e^{-\frac{1}{4\omega^2}\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2} d\gamma.$$

([1]) Voir le précédent *Compte rendu*, p. 748.

Il est visible qu'ici, sous le signe $\int$, l'exponentielle, moindre que 1, tend vers l'unité quand ω croît de zéro à ∞ (sauf infiniment près de la limite inférieure $\gamma = 0$). Donc I grandit en même temps de zéro à 1; et $\psi(\omega)$ tend, avec un écart relatif évanouissant ε, vers l'expression $\frac{e^{-\omega^2}}{2\omega}$, approchée d'ailleurs par excès.

On développe aisément l'écart relatif ε, c'est-à-dire $1 - \mathrm{I}$, suivant les puissances ascendantes de $\frac{1}{4\omega^2}$, en intégrant I par parties un nombre indéfini de fois, sous la condition de prendre sans cesse l'exponentielle comme facteur non intégré. Le facteur intégré est, chaque fois, de la forme $\int f\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)d\gamma$, où f désigne un polynome à degrés successifs 0, 1, 2, 3, ...; ce qui donne

$$\int f\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)d\gamma = \gamma f\left(\log\frac{1}{\gamma}\right) + \gamma f'\left(\log\frac{1}{\gamma}\right) + \gamma f''\left(\log\frac{1}{\gamma}\right) + \ldots.$$

Par exemple, en se bornant à la première intégration par parties, il vient

$$(3) \qquad \varepsilon = 1 - \mathrm{I} = \frac{1}{2\omega^2}\int_0^1 e^{-\frac{1}{4\omega^2}\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2}\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)d\gamma < \frac{1}{2\omega^2};$$

le dernier membre s'obtient en remplaçant l'exponentielle par sa valeur la plus forte 1 et intégrant $\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)d\gamma$; ce qui donne $\left(\gamma\log\frac{1}{\gamma} + \gamma\right)_0^1$ ou 1.

Mais effectuons encore sur le troisième membre de (3) une intégration par parties indiquée. Nous aurons

$$(4) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2\omega^2} - \frac{1}{4\omega^4}\int_0^1 e^{-\frac{1}{4\omega^2}\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2}\left[\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2 + \log\frac{1}{\gamma}\right]d\gamma.$$

L'intégrale par laquelle se termine le second membre est visiblement moindre que

$$\int_0^1\left[\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2 + \log\frac{1}{\gamma}\right]d\gamma = \left[\gamma\left(\log\frac{1}{\gamma}\right)^2 + 3\gamma\log\frac{1}{\gamma} + 3\gamma\right]_0^1 = 3.$$

Par suite, si l'on appelle ε' l'excédent positif de $\frac{1}{2\omega^2}$ sur ε, l'écart relatif par excès, ε, de l'expression asymptotique $\frac{e^{-\omega^2}}{2\omega}$, sera

$$(5) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2\omega^2} - \varepsilon' \qquad \text{avec} \qquad \varepsilon' < \frac{3}{4\omega^4} = \frac{1}{2\omega^2}\,\frac{3}{2\omega^2};$$

et il y aura lieu de prendre

$$(6)\qquad \psi(\omega)=\frac{e^{-\omega^2}}{2\omega}\left(1-\frac{1'}{2\omega^2}\right),$$

plutôt que la simple expression asymptotique, toutes les fois que $2\omega^2$ surpassera 3, ou que ω excédera 1, 2247.

II. Voyons maintenant si notre hypothèse de la conservation, jusqu'à l'époque actuelle, de la température primitive u_0 au fond de la croûte, se trouve bien vérifiée *physiquement* par la formule (1) de ma précédente Note, où il faudra faire $E = 100000$, $h = 1,2$.

En y mettant $\psi(0)=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ en facteur commun dans la quantité entre crochets et puis divisant par u_0, nous aurons (vu $x = E$)

$$(7)\quad \text{(au fond)}\quad \frac{v}{u_0}\ \text{ou}\ \frac{u}{u_0}=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\psi\left(\frac{E}{2a\sqrt{t}}\right)+\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{h^2a^2t+hE}\,\psi\left(\frac{E}{2a\sqrt{t}}+ha\sqrt{t}\right).$$

Cherchons d'abord la plus forte valeur du dernier terme, dans lequel nous poserons, pour abréger, $a\sqrt{t}=\mu$ et qui est alors

$$(8)\qquad \frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{h^2\mu^2+hE}\,\psi\left(\frac{E}{2\mu}+h\mu\right).$$

La fonction ψ y sera toujours réductible à sa forme asymptotique. Car la variable de cette fonction, $\frac{E}{2\mu}+h\mu$, a pour dérivée en μ, $-\frac{E}{2\mu^2}+h$; et elle atteint, pour $\mu=\sqrt{\frac{E}{2h}}$, son minimum $\sqrt{2hE}$, qui vaut ici 489,9, valeur bien plus grande qu'il ne faut pour rendre $\psi(\sqrt{2hE})$ physiquement réductible à la forme asymptotique. Il en sera de même, à plus forte raison, pour toutes les autres valeurs de t ou de μ; et l'on pourra ainsi remplacer (8), après une réduction évidente, par

$$(9)\qquad \frac{1}{\sqrt{\pi}\,e^{\frac{E^2}{4\mu^2}}\left(\frac{E}{2\mu}+h\mu\right)}.$$

Or, cette expression est toujours *physiquement* négligeable devant l'unité; car, nulle aux deux limites $\mu = 0$, $\mu=\infty$, elle a *même* son maximum (intermédiaire) absolument insensible. En annulant, dans (9), la dérivée en μ du dénominateur, on trouve, en effet, que ce maximum se produit pour

$$2\mu^2=\frac{1}{2}\left(E^2+\frac{E}{h}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(E^2+\frac{E}{h}\right)^2+\frac{E^3}{h}}=(\text{très sensiblement})\ E^2;$$

d'où

$$\frac{E}{\mu} = \sqrt{2};$$

et qu'il a la valeur

(10) $$\sqrt{\frac{2}{\pi e}} \frac{1}{1+hE} = (\text{sensiblement}) \sqrt{\frac{2}{\pi e}} \frac{1}{hE} = \frac{0,4839}{hE} = \frac{0,4033}{E}.$$

Puisqu'on prend $E = 100000$, ce maximum vaut environ $\frac{4}{1000000}$ d'unité, quantité qui est bien, *physiquement*, négligeable à côté de 1.

III. La formule (7) donne donc simplement, pour le rapport de la température v ou u produite, d'après notre intégrale, sur le fond de la croûte, à sa valeur primitive u_0,

(11) $$(\text{au fond}) \quad \frac{v}{u_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi\left(\frac{E}{2a\sqrt{t}}\right).$$

Et la même démonstration fait voir qu'aux *grandes* profondeurs x, le rapport $\frac{u}{u_0}$ ou, à fort peu près, $\frac{v}{u_0}$, est donné par la formule analogue, ne contenant plus h,

(12) $$(\text{pour } x \text{ assez grand}) \quad \frac{v}{u_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right),$$

comme si la surface $x = 0$ se refroidissait *par contact*, c'est-à-dire se trouvait maintenue sans cesse à la température zéro.

Or les seconds membres de (11) et de (12) décroissent, comme il fallait s'y attendre, à mesure que t grandit ou que progresse le refroidissement général. Mais le décroissement peut être encore regardé comme négligeable, dans (11), *à l'époque actuelle* où, d'après nos hypothèses, le rapport $\frac{E}{2a\sqrt{t}}$ prend la valeur $\frac{25}{24}\sqrt{\pi}$. Car, en effectuant les calculs par la formule approchée (6), on trouve, dans ces conditions,

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \psi\left(\frac{E}{2a\sqrt{t}}\right) = (0,010109)(1 - 0,147) = 0,00863,$$

avec une erreur par défaut moindre que 0,00065. Ainsi, notre intégrale approchée attribue au fond $x = E$ de la croûte, pour l'époque actuelle, un refroidissement d'environ 9 millièmes de la température primitive u_0,

refroidissement insignifiant eu égard à l'approximation requise ici, qui n'excède certainement pas le centième des résultats ([1]).

IV. On voit toutefois qu'avec la valeur de E choisie, 100000^m, nos formules (7) ou (11) commencent, dès l'époque actuelle, à ne plus vérifier aussi bien que par le passé la condition, imposée à la base $x = E$ (*censée fixe*) de la croûte, de conserver sa température primitive u_0 de fusion; condition dont la réalisation indéfinie exigerait, il est vrai, le jeu, dans la masse liquide ou pâteuse sous-jacente, d'actions chimiques juste capables de remplacer à chaque instant la chaleur qu'elle cède à la croûte.

En l'absence de pareilles actions chimiques, l'épaisseur E croîtra par l'adjonction, sous la croûte, de particules fluides se solidifiant et lui abandonnant ainsi leur chaleur latente de fusion. Mais alors, le problème change de nature et se dérobe aux méthodes ordinaires de la Physique mathématique. Il entre dans la classe de ceux où, soit les *conditions définies* relatives à diverses parties de la surface des corps étudiés, soit même les *équations indéfinies* concernant leur intérieur, s'appliquent non plus toujours aux mêmes particules, mais à une matière sans cesse accrue ou, du moins, changeante.

Néanmoins, deux de ces problèmes, à ma connaissance, celui de la *charge roulante*, ou du poids voyageur le long d'une barre horizontale à bouts appuyés, et celui du choc central de deux sphères, ont pu être résolus, mais *en y regardant comme sans inertie les particules affectées de déformations sensibles*, hypothèse capable, il est vrai, d'altérer profondément les questions ([2]).

([1]) Avec les données plus récentes indiquées à la Note du n° III de mon précédent article, ou conduisant à prendre $u_0 = 1490$ au lieu de 1600, la valeur $\frac{25}{24}\sqrt{\pi}$ de $\frac{E}{2a\sqrt{t}}$ à l'époque actuelle se trouverait multipliée par le rapport 1,07382; ce qui donnerait

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\psi\left(\frac{E}{2a\sqrt{t}}\right) = (0,005586)(1 - 0,127) = 0,00488,$$

avec une erreur par défaut moindre que 0,00027.

L'écart d'avec l'unité, au lieu d'être environ 0,009, serait donc seulement 0,005.

([2]) On peut voir, pour ces deux problèmes, les pages 560 à 577 et 716 à 719 de mon Volume de 1885 intitulé « *Application des potentiels à l'équilibre et au mouvement des solides élastiques, avec des Notes étendues sur divers points de Physique mathématique et d'Analyse* », Volume constituant le Tome 13 (4ᵉ série) des *Mémoires de la Société*

V. Ici, il y aurait peut-être lieu, simplement, de faire, à partir d'une certaine époque t_0 (où nous prendrons $E = E_0$) l'épaisseur E proportionnelle à $\sqrt{t}$ et, par suite, $\frac{dE}{dt}$ inverse de $\sqrt{t}$, en choisissant d'ailleurs E_0 et t_0 de manière que le petit flux ascendant, $K\frac{du}{dx}$ ou $Ca^2\frac{du}{dx}$, de chaleur à travers le plan $x = E$ et par unité de temps, flux résultant de la formule (12) différentiée en x, soit égal à la chaleur latente $L\frac{dE}{dt}$ dégagée, toujours dans l'unité de temps, par la couche élémentaire dE qui se solidifie sans cesse à la base de la croûte.

Alors, ω désignant la valeur, *désormais invariable*, du rapport $\frac{E}{2a\sqrt{t}}$, on aura

$$E = 2a\omega\sqrt{t}, \qquad \frac{dE}{dt} = \frac{a\omega}{\sqrt{t}};$$

d'où il résulte, comme chaleur latente $L\frac{dE}{dt}$, $\frac{La\omega}{\sqrt{t}}$. On trouve, d'autre part, comme flux $Ca^2\frac{du}{dx}$ ascendant à travers la base actuelle $x = E$, $C\frac{au_0}{\sqrt{\pi t}}e^{-\omega^2}$; et son égalité à la chaleur latente donne finalement, pour déterminer ω, la relation

$$(13) \qquad \frac{e^{-\omega^2}}{\omega\sqrt{\pi}} = \frac{L}{Cu_0},$$

dont le second membre est *le rapport de la chaleur latente* L *de fusion de la croûte à la chaleur totale* Cu_0 *absorbée par l'échauffement de celle-ci au moment où elle va fondre.*

Plus ce rapport est grand, et plus est petite l'unique racine ω de l'équation (13); car le premier membre croît de zéro à l'infini, quand ω décroît de l'infini à zéro.

VI. Le rapport physique $\frac{L}{Cu_0}$ devrait donc, d'après les données et les calculs du n° III, être seulement 0,010109 [1], pour que l'époque actuelle,

---

des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille. L'intégration de l'équation du problème de la charge roulante ainsi simplifié, se trouve traitée aussi dans mon *Cours d'Analyse infinitésimale pour la Mécanique et la Physique*, t. 2, 2e fascicule, p. 265*.

[1] Ou même 0,005586, quand $u_0 = 1490$ et non 1600 (Note de la fin du n° III).

où $\omega = \frac{25}{24}\sqrt{\pi}$ quand $E = 100000^m$, fût celle où E commencerait à croître comme $\sqrt{t}$. En réalité, ce rapport physique est, bien probablement, très supérieur à 0,01. D'où il suit qu'il faudra, avant de commencer à faire varier E aussi vite que $\sqrt{t}$, attendre la période du refroidissement, plus avancée, où la fonction $\frac{e^{-\omega^2}}{\omega\sqrt{\pi}}$ aura atteint la vraie valeur du rapport en question $\frac{L}{Cu_0}$.

Si celui-ci égale, par exemple, 0,10951, soit 0,11, valeur approchée assez probable (pour le fer) et qui correspond à $\omega = 0,68\sqrt{\pi}$, on aura, à ce moment,

$$\frac{E}{2a\sqrt{t}} = 0,68\sqrt{\pi}, \quad \text{avec} \quad t = t_0, \quad E = E_0 = 100000^m;$$

et t aura grandi, à partir de l'époque actuelle où $\frac{E}{2a\sqrt{t}} = \frac{25}{24}\sqrt{\pi}$, dans le rapport $\left(\frac{25}{24 \times 0,68}\right)^2 = 2,3466$ (¹). Jusque-là, le flux ascendant de chaleur, à travers la base $x = E$ de la croûte, sera insuffisant pour que l'épaisseur E croisse aussi vite que $\sqrt{t}$, et peut-être sera-t-il permis de négliger sa variation ainsi limitée. Il est clair, du reste, qu'à partir de ce moment t_0, v, calculé par nos formules, cesserait, comme ω, de varier au bas $x = E$ de la croûte.

Mais, malheureusement pour cette manière de traiter la question, si l'on calcule, par l'expression asymptotique $\psi(\omega) = \frac{e^{-\omega^2}}{2\omega}$, le dernier terme de (11) à ce même moment t_0, on trouve 0,10951, avec erreur par excès moindre que $\frac{e^{-\omega^2}}{\omega\sqrt{\pi}} \frac{1}{2\omega^2} = 0,03769$, soit une valeur approchant de 0,1. C'est dire qu'à l'époque t_0 considérée, la température au bas de la croûte, évaluée *par nos formules*, comportera une erreur, sur u_0, de l'ordre du dixième, ou beaucoup trop sensible pour qu'on puisse continuer à les admettre.

Il faudrait donc trouver une intégrale plus approchée, ou vérifiant mieux la condition $v = u_0$ relative au fond, que la nôtre (7), ou (12), et n'exigeant cependant que des calculs abordables, pour avoir, du problème de Fourier sur le refroidissement de la croûte terrestre, une solution appropriée à cet avenir encore lointain.

(¹) Ou même dans le rapport $2,3466 \times 1,07382^2 = 2,7058$, si l'on prend $u_0 = 1490$.

M. Vito Volterra, Correspondant de l'Académie, fait hommage, par l'organe de M. G. Darboux, d'un Volume intitulé : *The theory of permutable functions*, édité par l'Université de Princeton.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les équations fondamentales et l'amortissement des sismographes;* par Édouard Mier.

2° *Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis* (Ser. quartæ, Vol. III, fasc. 2).

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Mellish* (1915 *a*), *faites à l'Observatoire de Besançon, avec l'équatorial coudé* (0^m,33). Note de M. **Paul Brück**, présentée par M. B. Baillaud.

Dates. 1915.	Temps moyen de Besançon.	Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	Ꭿ apparente.	Log. fact. parallaxe.	℘ apparente.	Log. fact. parallaxe.	★.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Mars 16...	16. 8. 1	+0.52,00	— 2. 8,7	8: 3	17.45.52,23	—$\bar{1}$,313	89.38.35,7	—0,810	1
Avril 13..	15.11.19	+1. 2,62	+ 2.48,0	12: 4	18.20.52,58	—$\bar{1}$,242	94.11. 3,1	—0,834	2
» 13..	16. 1.13	+1. 5,08	+ 3.20,3	6: 6	18.20.55,04	—$\bar{2}$,973	94.11.35,4	—0,836	2
» 15..	16.14.55	+2.44,81	— 9.13,3	6: 3	18.23.30,69	—$\bar{2}$,789	94.44.32,2	—0,842	3
» 15..	16.14.55	+4. 0,76	— 5. 1,3	6: 3	18.23.30,77	—$\bar{2}$,789	94.44.32,9	—0,842	4
» 15..	16.14.55	+1.58,55	»	6: 0	18.23.30,62	—$\bar{2}$,789	»	»	5
» 16..	15.27. 4	+3.14,94	+ 3.29,4	6: 3	18.24.45,98	—$\bar{1}$,128	95. 1.18,3	—0,840	5
» 17..	14.47.44	—2.34,78	+ 5.26,3	6:12	18.26. 2,75	—$\bar{1}$,296	95.19.11,4	—0,838	6
Mai 14..	15. 9.21	+1.47,93	+ 0.20,0	6: 6	19.10.41,75	—$\bar{2}$,808	113. 4.58,6	—0,918	7
» 15..	12.49. 3	—2.36,80	— 6.18,5	3: 6	19.12.57,89	—$\bar{1}$,479	114.15.39,1	—0,886	8
» 15..	15. 7.18	+2.46,18	+ 3.59,4	6: 6	19.13.11,40	—$\bar{2}$,798	114.23.28,0	—0,921	9

Positions des étoiles de comparaison.

★.	Gr.	Æ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Ⓟ moyenne 1915,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1.......	8,6	17.44.59,02	+1,21	89.40.27,6	+16,8	Nicolajew, 4419
2.......	7,5	18.19.48,05	+1,91	94. 8. 2,0	+13,1	Strasbourg, 6161
3.......	7,7	18.20.43,90	+1,98	94.53.32,8	+12,7	Strasbourg, 6167
4.......	8,4	18.19.28,03	+1,98	94.49.21,4	+12,8	Strasbourg, 6156
5.......	8,0	18.21.30,10	+1,97	»	»	Strasbourg, 6173
5.......	8,0	18.21.30,10	+1,94	94.57.36,3	+12,6	Strasbourg, 6173
6.......	7,0	18.28.35,53	+2,00	95.13.33,0	+12,1	Strasbourg, 6204
7.......	8	19. 8.50,87	+2,95	113. 4.36,7	+ 1,9	C.G.A. (Gould), 26329
8.......	7	19.15.31,44	+2,97	114.21.50,2	+ 0,9	C.G.A. (Gould), 26472
9.......	6-7	19.10.22,22	+3,00	114,19.27,3	+ 1,3	C.G.A. (Gould), 26373

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation des intégrales des équations de M. Painlevé, au moyen de la théorie des équations linéaires.* Note [1] de M. **René Garnier**, présentée par M. Appell.

J'ai montré antérieurement [2] comment la théorie des équations linéaires permet de représenter les intégrales de trois des équations nouvelles dues à M. Painlevé [équations des types (V), (IV) et (III); actuellement, je suis parvenu à étendre ces résultats aux équations des types (II) et (I), les seules qui restaient encore à étudier. J'indiquerai dans cette Note la proposition très simple à laquelle je suis parvenu : elle constitue la conclusion naturelle des recherches que j'ai entreprises dans cette direction.

1. Partons [3] de l'équation linéaire (E_{IV}); elle possède un point singulier régulier $x = 0$ et un autre irrégulier d'ordre 3, $x = \infty$. J'ai montré qu'on obtient deux intégrales premières de (IV) à l'aide de deux expressions formées rationnellement au moyen : 1° des quantités A, B, C, D coefficients de la substitution correspondant à un lacet autour de $x = 0$; 2° des trois intégrales remarquables φ, θ, $\zeta\theta$ relatives au point irrégulier $x = \infty$. Si l'on veut encore, les deux intégrales de (IV) sont formées à l'aide des valeurs prises au point x_0 (arbitraire) par *cinq intégrales* de (E_{IV}) : φ, θ, $\zeta\theta$ et les deux intégrales canoniques en $x = 0$.

---

(1) Séance du 14 juin 1915.

(2) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1208, 1335; t. 155, p. 137; t. 159, 1914, p. 296.

(3) *Ibid.*, t. 159, 1914, p. 296.

Ceci rappelé, remplaçons, dans (E_{IV}), x par $1 + \alpha x$, et faisons tendre α vers zéro ; le point régulier $-\alpha^{-1}$ tendra vers le point irrégulier $x = \infty$, et l'on pourra prendre pour les coefficients de (E_{IV}) des fonctions de α telles que le point $x = \infty$ soit un point irrégulier *d'ordre* 4 pour l'équation limite. La dégénérescence, possible de deux façons distinctes, conduit à l'une des équations (E_I) ou (E_{II}) ; dans le premier cas, auquel nous nous limitons, on a les équations

$$(E_I) \qquad y'' - \left[4(x^3 - \lambda^3) + 2t(x - \lambda) + \lambda'^2 + \frac{\frac{3}{4}}{(x-\lambda)^2} - \frac{\lambda'}{x - \lambda}\right] y = 0,$$

$$(I) \qquad \lambda'' = 6\lambda^2 + t \qquad \left(\lambda' = \frac{d\lambda}{dt},\ \lambda'' = \frac{d^2\lambda}{dt^2},\ y'' = \frac{d^2 y}{dx^2}\right).$$

2. Toute la question revient à rechercher (si elles existent) les limites des cinq intégrales de (E_{IV}) : effectivement, ces limites existent et coïncident avec cinq intégrales remarquables de (E_I) définies dans des secteurs infinis. Définissons d'abord ces intégrales ; nous énoncerons ensuite notre résultat. Posons

$$(1) \qquad \Phi(x, \xi) = \int_x^\xi u^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{8\varepsilon}{5} u^{\frac{5}{2}} - 2\varepsilon t u^{\frac{1}{2}}}\, du \qquad (\varepsilon = \pm 1),$$

$$f(x) = \lambda'^2 - 4\lambda^3 - 2t\lambda - \frac{\lambda'}{x - \lambda} - \frac{t^2}{4x} - \frac{3\varepsilon t}{4x^{\frac{3}{2}}} + \frac{\frac{3}{4}}{(x-\lambda)^2} - \frac{21}{16x^2},$$

nos intégrales sont définies par les formules

$$y(x) = x^{-\frac{3}{4}} e^{\frac{4\varepsilon}{5} x^{\frac{5}{2}} + \varepsilon t x^{\frac{1}{2}}} z(x),$$

$$z(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} z_n(x), \qquad z_0(x) = 1,$$

$$(2) \qquad z_{n+1}(x) = \int_{(x\infty)} \frac{\Phi(x, \xi)}{\Phi'_\xi} f(\xi)\, z_n(\xi)\, d\xi,$$

les intégrales (1) et (2) étant prises le long du prolongement indéfini du vecteur $\overline{Ox}$; de plus, l'argument β de x satisfait à l'une des conditions

$$\varepsilon = -1: \qquad -\pi < \beta < -\frac{3\pi}{5}, \qquad -\frac{\pi}{5} < \beta < \frac{\pi}{5}, \qquad \frac{3\pi}{5} < \beta < \pi;$$

$$\varepsilon = +1: \qquad -\frac{3\pi}{5} < \beta < -\frac{\pi}{5}, \qquad \frac{\pi}{5} < \beta < \frac{3\pi}{5}, \qquad \pi < \beta < \frac{7\pi}{5}.$$

On démontre aisément que chacune des six intégrales précédentes $y_1, \dots, y_6$ converge uniformément pour $|x| > A$, A étant suffisamment grand; quand $|x|$ croît indéfiniment, les $z(x)$ tendent vers 1. D'ailleurs, on peut supposer les y_i prolongées analytiquement jusqu'au point x_0 (quelconque, à distance finie). Posons encore $\omega_i = y'_i : y_i$; cela étant, j'ai établi le théorème suivant :

L'ÉQUATION (I) ADMET COMME INTÉGRALES PREMIÈRES LES RAPPORTS ANHARMONIQUES DE QUATRE QUELCONQUES DES QUANTITÉS ω_i.

A deux rapports distincts [1] correspondent deux intégrales premières distinctes de (I), telles que, par exemple :

$$\frac{(\omega_3-\omega_1)(\omega_4-\omega_2)}{(\omega_3-\omega_2)(\omega_4-\omega_1)} = \text{const.}, \qquad \frac{(\omega_3-\omega_1)(\omega_5-\omega_2)}{(\omega_3-\omega_2)(\omega_5-\omega_1)} = \text{const.},$$

ou, en posant

$$\delta_{ik} = y_i(x_0)y'_k(x_0) - y_k(x_0)y'_i(x_0),$$

$$\delta_{13}\delta_{24} : \delta_{23}\delta_{14} = \text{const.}, \qquad \delta_{13}\delta_{25} : \delta_{23}\delta_{15} = \text{const.}$$

Je me propose de revenir sur cette représentation (qui rappelle celle des fonctions hypergéométriques par des intégrales définies) afin de montrer tout le profit qu'on peut en tirer dans l'étude de l'équation $\lambda'' = 6\lambda^2 + t$.

3. En définitive, nous sommes partis d'une équation linéaire (E_{VI}) possédant quatre points réguliers et un groupe G bien déterminé; nos passages à la limite ont fusionné ces points en un seul (irrégulier) et ont réduit G à la substitution unité; aux intégrales canoniques de (E_{VI}) se sont substituées des intégrales remarquables de (E_I), définies dans six secteurs. On peut dire que l'équation (I) résout pour (E_I) *un problème analogue à celui de Riemann pour* (E_{VI}), *mais où les substitutions qui relient* $y_1, \dots, y_6$ *remplacent les substitutions du groupe de* (E_{VI}).

4. Sans chercher à préciser davantage cet énoncé, je voudrais indiquer une généralisation aux équations linéaires du second ordre qui promet d'être féconde. Il est très vraisemblable que les résultats que j'avais obtenus pour les équations à singularités d'ordre 4 s'étendent aux équations linéaires du second ordre, rationnelles en x, à singularités QUELCONQUES. Toute équation possédant un point x_q d'ordre q, doit posséder $2q-2$ intégrales remar-

[1] Ces rapports sont manifestement indépendants de x_0.

quables, attachées à ce point, ces intégrales constituant la trace des $2q-4$ intégrales remarquables et des deux intégrales canoniques relatives au point x_{q-1} d'ordre $q-1$ et au point régulier x_1 dont la fusion a réalisé x_q. Toute la difficulté résidera dans l'étude de la convergence d'un développement D en approximations successives, dont les termes sont fonctions d'un paramètre α. Le point le plus délicat de la démonstration sera l'étude de l'intégrale canonique en x_1 *dont l'exposant a la plus petite partie réelle.* L'exemple de $q=3$ et 4 montre en effet que, dans ce cas, pour limiter la fonction $\Phi(x,\xi,\alpha)$ qui tend vers $\Phi(x,\xi)$, on doit évaluer les intégrales figurant dans D le long de *courbes convergeant vers* x_1 *à la manière de spirales logarithmiques;* et c'est là la partie la plus cachée de la méthode que j'ai employée.

PHYSIQUE. — *Sur les spectres des rayons X secondaires homogènes.* Note de M. **M. de Broglie**, présentée par M. J. Violle.

A propos de la Note de M. Glagolev du 31 mai dernier, je demande à l'Académie la permission de rappeler que, dans des Communications insérées aux *Comptes rendus* des 25 mai, 15 juin et 27 juillet 1914, j'ai décrit une méthode permettant d'obtenir les spectres des rayons secondaires des rayons X et je l'ai appliquée à une vingtaine d'éléments.

PHYSIQUE. — *La notion d'intervalle de température envisagée dans son rapport avec les mesures mécaniques.* Note [1] de M. **E. Raverot**, présentée par M. E. Bouty.

Dans un récent Rapport académique [2], il est énoncé que « l'unité d'intervalle de température et celle d'intensité lumineuse..... n'interdisent pas l'espérance de définitions mécaniques ».

C'est assez dire qu'actuellement les unités en question n'en comportent point; mais cela ne donne aucune indication quant à l'expectative de ces définitions désirables.

En ce qui concerne la première unité en question, celle d'intervalle de

(1) Séance du 7 juin 1915.

(2) Rapport de M. Violle à l'occasion du projet de définition des unités fondamentales, adopté à l'unanimité (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 889).

température, il nous appartient à cette occasion de rappeler ce que nous avons publié en 1890 comme « Remarque sur la valeur calorimétrique de l'unité pratique d'énergie adoptée par les électriciens (¹) ».

Ainsi que nous l'avons rapporté, c'est M. Blakesley qui le premier en Angleterre a indiqué en 1889 que « le thermomètre centigrade peut être mis en relation décimale avec les unités de température C. G. S. ou du système quadrant, volt, seconde, en adoptant la chaleur spécifique de l'air à pression constante comme unité (²) » ;

Ce qu'il formulait laconiquement :

$$1^\circ \text{ C.} = 10^7 \text{ unités C. G. S. (air).}$$

La coïncidence numérique servant de point de départ à cette conclusion est celle-ci :

L'équivalent mécanique de la calorie (g. d.) dans le système électromagnétique C. G. S. est $4,2 \times 10^7$ ergs; inversement, l'équivalent calorifique de l'erg est $0,2381 \times 10^{-7}$ calorie (g. d.).

La valeur de la chaleur spécifique de l'air est

0,2375 d'après Regnault,
0,2389 d'après Wiedemann,

soit en moyenne $0^{cal},2382$.

Il nous a semblé, dès cette époque, et nous avons publié en 1890 que la coïncidence en question comporte un énoncé plus explicite mécaniquement (et dans lequel n'entre pas la notion conventionnelle de chaleur spécifique) en disant :

« 1 joule ($0^{cal},238$) est la quantité d'énergie calorifique qui correspond à une variation de température de 1° C. de la masse d'air de 1^g à pression constante à partir de 0° » et, puisque le degré centigrade est défini par un certain accroissement de volume de l'air à pression constante (0,00366 ou $\frac{1}{273}$ du volume à 0°) :

« 1 *joule* ($0^{cal},238$) *est la quantité d'énergie calorifique correspondant à une variation de volume de la masse d'air de* 1^g *de* $\frac{1}{273}$ *de son volume à* 0°, *à la pression constante de l'atmosphère* (³). »

(¹) *La Lumière électrique*, 1ʳᵉ série, 12ᵉ année, t. 35, nº 10, 8 mars 1890, p. 453.

(²) Blakesley, *Faits connexes aux systèmes d'unités scientifiques de mesure* (*Philosophical Magazine*, février 1889, p. 378).

(³) M. A. Leduc (*Comptes rendus*, t. 126, p. 1860) a montré que, si l'on corrige de l'effet de la détente, négligé par Regnault, le nombre 0,2375, qu'il adopte pour la

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la charge des condensateurs au moyen d'une force électromotrice constante et leur décharge dans un circuit à étincelle.* Note [1] de M. **Léon Bouthillon**, transmise par M. A. Blondel.

Le circuit de charge comprend une source de force électromotrice constante E, une résistance R, une self-induction L et un condensateur C. Le circuit de décharge comporte un éclateur, qui peut être d'un des deux types connus : le type fixe, caractérisé par une différence de potentiel d'éclatement constante V ; ou le type tournant, caractérisé par une durée de charge constante τ. Il se produit dans ces conditions une série ininterrompue de charges et de décharges successives du condensateur.

Nous supposerons, dans ce qui suit, que la durée de l'étincelle est négligeable par rapport à celle de la charge et que le condensateur est complètement déchargé au moment ou l'étincelle s'éteint.

Suivant que $\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}$ est positif ou négatif, la charge est apériodique ou périodique.

Au début de la charge ($t = 0$) la différence de potentiel aux bornes du condensateur est supposée nulle. Soit i_0 la valeur correspondante de l'intensité du courant dans le circuit de charge. Les valeurs v et i de la différence de potentiel et du courant au temps t sont :

$$v = E - \frac{e^{-\alpha t}}{\sin\mu} i_0 \sqrt{\frac{L}{C}} \cos(\omega t + \mu - \varphi),$$

$$i = i_0 \frac{e^{-\alpha t}}{\sin\mu} \sin(\omega t + \mu),$$

où l'on pose

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\alpha}{\omega}, \qquad \operatorname{tang}\mu = \frac{L\omega i_0}{E - L\alpha i_0}.$$

---

chaleur spécifique sous pression constante de l'air atmosphérique, ce nombre doit être porté à 0,239.

Adoptant pour l'équivalent mécanique de la calorie le nombre $4,184.10^7$, moyenne des meilleures et des plus récentes déterminations (*Recueil des constantes*, publié par la *Société française de Physique*), on trouve pour la valeur du joule exactement 0,239.

La conclusion de l'auteur subsiste donc entièrement. E. B.

(1) Séance du 14 juin 1915.

Si ω^2 est positif (cas de la charge périodique), v et i sont des grandeurs sinusoïdales amorties dont la période est $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et le décrément d'amortissement $\delta = \frac{\alpha\omega}{2\pi}$.

Existence des régimes musicaux. — La succession des bruits des étincelles donne l'impression d'un son musical si :

1° Les décharges se succèdent à intervalles égaux d'une durée τ constante;

2° La différence de potentiel V d'éclatement est la même pour toutes les étincelles.

On en déduit pour la différence de potentiel V d'éclatement et le courant initial j_0 correspondant au régime musical caractérisé par une durée de charge τ :

$$V = E\left[1 - e^{-\alpha\tau}\frac{\cos(\omega\tau - \varphi)}{\cos\varphi} - \frac{e^{-2\alpha\tau}\sin^2\omega\tau}{\cos^2\varphi\dfrac{1 - e^{-\alpha\tau}\cos(\omega\tau + \varphi)}{\cos\varphi}}\right],$$

$$j_0 = \frac{E}{L\omega}\,\frac{e^{-\alpha\tau}\sin\omega\tau}{1 - e^{-\alpha\tau}\dfrac{\cos(\omega\tau + \varphi)}{\cos\varphi}}.$$

Donc, à toute valeur de la différence de potentiel d'éclatement V supposée maintenue constante (cas de l'éclateur fixe), correspond un régime musical, caractérisé par les valeurs τ et j_0. De même, à toute valeur τ de la durée de la charge supposée maintenue constante (cas de l'éclateur tournant) correspond un régime musical, caractérisé par les valeurs V et j_0.

Rendement des régimes musicaux. — La différence de potentiel V d'éclatement en régime musical et le rendement, qui lui est proportionnel $\left(r = \frac{1}{2}\frac{V}{E}\right)$, sont des fonctions périodiques amorties de τ ayant une série de maxima pour les valeurs

$$\omega\tau = (2k + 1)\pi$$

et de minima pour les valeurs

$$\omega\tau = 2k\mu.$$

Les courbes correspondantes ont de larges paliers aux environs des maxima, de telle sorte que des variations, même très notables, de la hauteur du son musical autour de ces points, ne provoquent que de très faibles diminutions du rendement.

Le maximum absolu de la différence de potentiel et du rendement a lieu

pour $\omega\tau = \pi$, c'est-à-dire pour une durée de charge égale à la moitié de la période de l'oscillation de charge. Le rendement est alors

$$r = \frac{1 + e^{-\frac{\delta}{2}}}{2}$$

et l'intensité initiale j_0 est nulle. C'est le régime de fonctionnement optimum.

Établissement et stabilité des régimes musicaux : Cas de l'éclateur tournant. — Soient i_0, i_1, ..., i_n les intensités au début de la première, de la deuxième, ..., de la $(n+1)^{\text{ième}}$ charge. On a la relation de récurrence suivante entre i_n et i_{n-1} :

$$i_n = e^{-\alpha\tau}\left[\frac{E}{L\omega}\sin\omega\tau + i_{n-1}\frac{\cos(\omega\tau + \varphi)}{\cos\varphi}\right].$$

On en déduit, tous calculs faits,

$$i_n = j_0 + e^{-n\alpha\tau}\frac{\cos^n(\omega\tau + \varphi)}{\cos^n\varphi}(i_0 - j_0),$$

j_0 étant l'intensité initiale qui correspond au régime musical de période τ.

Le terme complémentaire $e^{-n\alpha\tau}\frac{\cos^n(\omega\tau + \varphi)}{\cos^n\varphi}$ tend vers zéro quand n augmente indéfiniment. Le régime musical est donc stable quelle que soit la valeur de τ et s'établit de lui-même quelle que soit la valeur du courant à la mise en route.

Cas de l'éclateur fixe. — Soient V la différence de potentiel d'éclatement, j_0 et τ l'intensité initiale et la durée de la charge pour le régime musical correspondant; soient

$$\begin{aligned} i_0 &= j_0 + \Delta i_0, \\ i_1 &= j_0 + \Delta i_1, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ i_n &= j_0 + \Delta i_n \end{aligned}$$

les intensités au début de la première, de la deuxième, ..., de la $(n+1)^{\text{ième}}$ charge. Le calcul montre qu'on a entre Δi_n et Δi_0 la relation

$$\Delta i_n = e^{-n\alpha\tau}\,\Delta i_0,$$

$e^{-n\alpha\tau}$ étant plus petit que I, le régime musical est stable et se rétablit après un déréglage momentané dès que la cause de la perturbation a cessé.

En résumé, quel que soit le genre d'éclateur employé, *les régimes musicaux sont des régimes stables et le système est autorégulateur.*

TECHNOLOGIE. — *Sur la mesure de l'imperméabilisation des draps et tissus militaires.* Note [1] de M. **G.-A. Le Roy**, présentée par M. Ch. Moureu.

J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie un nouvel appareil destiné à mesurer dans des conditions comparatives de pressions, surface, durée, température, etc., la non-perméabilité par l'eau, des tissus et particulièrement des draps employés pour les uniformes militaires.

On sait quelle est l'importance de la question de l'imperméabilité à l'eau et à la pluie des vêtements et effets de campement de troupes. L'importance de la question est accrue à l'heure actuelle, du fait de l'ampleur de la guerre et des éventualités de continuation de la campagne pendant la mauvaise saison prochaine et ses intempéries.

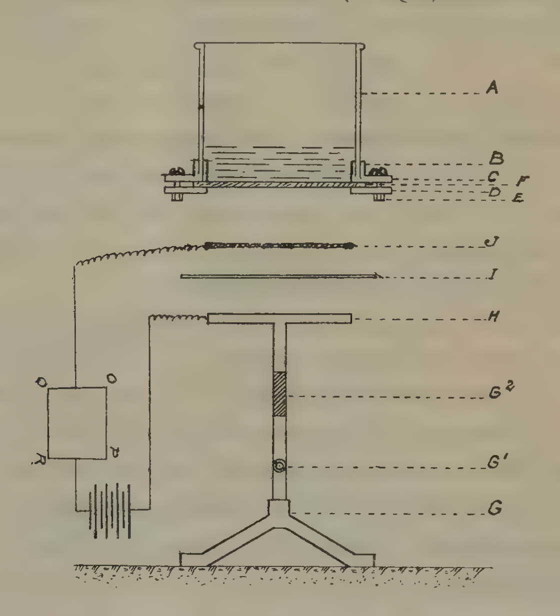
Cependant la détermination du pouvoir d'imperméabilité par l'eau, relative ou absolue, pour un tissu envisagé, ne paraît pas avoir encore fait l'objet d'un accord entre les techniciens. En effet, les modes d'essais mentionnés par les auteurs sont rudimentaires et insuffisants, ils se résument à façonner le tissu en cuvette ou poche, à l'emplir avec de l'eau et à constater *de visu* s'il y a ou non filtration ou suintage à travers l'étoffe.

Le présent appareil que je dénomme *imperméabilimètre* a pour but de remédier à cette lacune.

Il est constitué (voir la figure) par un manchon en verre, ouvert aux deux extrémités, ayant 10^{cm} à 15^{cm} de hauteur et 10^{cm} de diamètre intérieur; ce manchon (A), gradué en hauteur par centimètres, est mastiqué par son extrémité intérieure dans une bague ou collier (B) en laiton, qui est muni d'une bride (C) avec trous pour le passage d'écrous-boulons (E) destinés à assujettir par serrage une contre-bride mobile (D). C'est entre (C) et (D) qu'on place le disque de 12^{cm} de diamètre (F) de tissu ou drap, qui a été découpé dans la pièce dont on veut évaluer le degré d'imperméabilisation. D'un autre côté, sur la tige métallique d'un support trépied (G) muni d'un système de genouillère (G_1) et isolé électriquement par une partie médiane (G_2) établie en ébonite ou analogue, on a soudé à demeure un disque rigide en laiton doré (H) de 10^{cm} de diamètre, sur lequel on place un disque en papier mince (papier à filtrer ou papier de soie) (I) qui a été préalablement trempé dans une solution aqueuse de sulfate de potassium, puis séché, et dont le périmètre, sur 1^{cm} environ, est isolé par paraffinage ou vernissage; finalement, sur le papier on place un disque de 10^{cm} de diamètre (J) en toile métallique très mince et à larges mailles, qui est en platine ou en cuivre doré. Les choses étant ainsi disposées, on relie

(1) Séance du 14 juin 1915.

le disque (H) électriquement à l'un des pôles d'une source de courant électrique (par exemple le courant continu à 110 volts d'un secteur en intercalant une résistance convenable, telle une lampe de 5 bougies), simultanément on relie le disque (J) à l'autre pôle ; on pose le système ABCDF sur le système JIHG. Une sonnerie électromagnétique est intercalée dans le circuit pour fonctionner comme avertisseur du passage éventuel du courant ; il est encore plus commode d'intercaler dans le circuit un dispositif électromagnétique apte, en fonctionnant comme relais (OPQR), d'actionner le style inscrip-



teur d'un chronographe enregistreur (L), de produire aussitôt après la rupture du circuit, en agissant comme disjoncteur, et de mettre en action une sonnerie (M) à système mécanique ou électromagnétique.

Dans les essais d'imperméabilité, on doit tout d'abord distinguer si le tissu se rapporte au type des tissus simultanément imperméables à l'eau et à l'air (type étoffes caoutchoutées et analogues), car dans le cas d'essai de ces tissus *biimperméables* le disque de tissu (F) devra être placé dans l'appareil, en contact immédiat contre le disque (J). Au contraire, si l'essai porte sur un tissu imperméabilisé seulement pour l'eau, mais laissé volontairement perméable pour l'air, dans le but de conserver les qualités de perméabilité pour les transpirations, conformément aux règles de l'hygiène, ce qui est le cas des uniformes militaires, on doit laisser un écartement de $0^{cm},5$ environ entre la surface du disque tissu (F) et le disque (J).

Dans l'un et l'autre de ces deux cas, on procède à l'essai d'imperméabilité, soit vis-à-vis de l'eau en repos et en nappe, soit de l'eau en pluie et ruisselante, des deux manières suivantes :

1° *Essai avec nappe d'eau.* — On emplit le manchon (A) avec de l'eau dis-

tillée, en opérant de 15 à 25 centigrades, jusqu'à une hauteur déterminée sur la graduation du manchon, hauteur correspondant à la pression adoptée pour le tissu en examen, puis on ferme le circuit électrique, et l'on note l'heure sur le tambour du chronographe mis en action. L'appareil est abandonné à lui-même. Dans ces conditions, suivant le degré d'imperméabilité, l'eau pénétrera plus ou moins rapidement, ou ne pénétrera pas, à travers le tissu, et si elle vient filtrer ou suinter à l'envers du tissu, elle humidifiera suffisamment le disque de papier préparé (I) pour que, devenu conducteur électrique, il laisse le courant passer du disque (J) à (H); le circuit se trouvant alors fermé, le dispositif (OPQR) actionne le style du chronographe et la sonnerie avertisseuse.

2° *Essai avec pluie artificielle et ruisselante.* — On procède d'une manière analogue, mais en retournant de bas en haut le manchon (A) dont l'orifice supérieur est alors obturé par le disque de drap ou tissu (F), les disques (H, I, J) étant introduits à l'intérieur du manchon. Dans ces conditions, soit en maintenant le manchon droit sur la verticale, soit en l'inclinant plus ou moins au moyen de (G_1), on fait ruisseler une pluie artificielle obtenue par un jet d'eau réalisé au moyen d'un orifice capillaire (Z) placé à une hauteur déterminée le long d'un support et alimenté par un réservoir (W) : la fermeture du courant, qui se produit ou non, est ou non enregistrée et annoncée comme dans l'essai précédent.

Dans les deux modes d'essai, on détermine donc le temps de non-pénétrabilité ou de pénétrabilité par l'eau pour une surface donnée et toujours comparable du tissu examiné, sous une pression d'eau déterminée. On peut donc, en prenant comme bases expérimentales tel ou tel tissu, établir des types étalonnés ou des types de comparaison.

Bien entendu on peut employer, au lieu du courant continu du secteur, le courant de piles ou d'accumulateurs, il suffira de modifier en ce sens les résistances (lampe et fil fusible) intercalées dans le cas d'emploi du courant de secteur.

PALÉONTOLOGIE. — *Les modifications de la structure des Fusulinidés, du Dinantien à la fin du Permien.* Note de M. **J. Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

Je suis actuellement assez avancé dans l'étude des Fusulinidés pour pouvoir jeter un coup d'œil d'ensemble sur les modifications apportées à la structure de chaque groupe à travers les temps anthracolithiques.

I. *Palæofusulina.* — Chez *Palæofusulina* Dep. (Dinantien), le réseau des poutrelles est léger; celles-ci sont fines et minces; leur extrémité n'est pas plus grosse que la partie attenante à la lame spirale. Les cloisons méridiennes sont plissées dans une seule direction.

II. *Fusulina.* — Chez les Fusulines les plus anciennes, chez les formes ouraliennes également, les poutrelles du réseau sont minces, généralement nombreuses entre deux cloisons méridiennes; celles-ci sont très plissées et anastomosées, elles sont minces et restent souvent compliquées dans la région buccale. Dans ce groupe rentrent : *Fus. multiseptata* Schell., *complicata* Schell., *pusilla* Schell., *globosa* Dep., *muongthensis* Dep., *incisa* Schell., *tenuissima* Schell., *Cayeuxi* Dep., *brevicula* Schw., *alpina* Schell., *Dussaulti* Dep., *Rouxi* Dep., *annamitica* Dep., *tchengkiangensis* Dep., *pseudobrevicula* Dep., *laosensis* Dep., *Kozui* Dep. Au contraire les espèces du Permien inférieur montrent déjà des poutrelles beaucoup plus grosses, tendant à se renfler à la base, et par suite moins nombreuses entre les cloisons. Celles-ci deviennent plus épaisses, plus courtes, moins compliquées, très simples même dans la région buccale; on n'observe plus de formes à cloisons anastomosées comme dans *F. complicata*, *multiseptata* ou *globosa*. Telles sont *F. japonica* Gümb., *propinqua* Dep., *Richthofeni* Schw., *Mansuyi* Dep., *parumvoluta* Dep.

Ceci s'accentue encore dans les espèces du Permien moyen et supérieur où les poutrelles deviennent pédonculées, renflées en massue à la base, grosses et peu nombreuses entre les cloisons méridiennes, elles-mêmes courtes, simples et épaisses; le réseau alvéolaire et les cloisons prennent alors une allure lourde, épaisse, différant énormément de la délicate architecture des espèces ouraliennes. Je citerai : *F. crassiseptata* Dep., *granum-avenæ* Rœm., *subcylindrica* Dep., *ambigua* Dep., *crassa* Dep., *gigantea* Dep., *Margheritii* Dep., *exilis* Schw. Il en résulte qu'à la seule inspection générale d'une section, à l'allure du réseau des poutrelles et des cloisons, on est en mesure d'indiquer aussitôt si les espèces contenues dans un échantillon appartiennent au Carboniférien ou au Permien et cela avant d'établir un diagnose spécifique. Ceci est d'un grand intérêt pour la délimitation des terrains de ces époques, surtout dans les massifs calcaires. Les dimensions de la loge embryonnaire, la forme extérieure de la coquille, plus ou moins fusiforme, ne signifient rien.

III. *Neofusulinella.* — Chez *Neofusulinella* Dep., je n'ai rien d'intéressant à relever; j'en ai encore décrit trop peu d'espèces pour tirer des conclusions.

IV. *Schwagerina.* — Les Schwagérines, *sensu stricto*, sont trop peu nombreuses pour qu'on puisse observer une modification importante. Il en est de même des Verbeekines, qui, elles, sont essentiellement permiennes et, de ce fait, ont eu peu de temps pour se modifier.

V. *Doliolina.* — Chez *Doliolina*, j'observe dans le temps une sensible augmentation du nombre des côtes basales; les formes ouraliennes (*Dol. Aliciæ*, *D. Claudiæ*) sont moins riches en côtes que les espèces permiennes.

VI. Chez *Neoschwagerina*, la complication des cloisons méridiennes va en croissant de la fin de l'Ouralien où apparaît ce genre (*N. craticulifera*) jusqu'à la fin du Permien où se multiplient les fausses cloisons méridiennes et les fausses cloisons transverses (*N. Margaritæ*, *N. megasphærica*, *N. globosa*).

VII. *Yabeina* Dep., de la fin du Permien, nous montre une transformation du réseau alvéolaire des poutrelles fines de *Neoschwagerina* en groupes de poutrelles coalescentes à leur extrémité, ce qui donne une apparence de multiplication de fausses cloisons méridiennes transversales.

VIII. *Sumatrina* Volz est le dernier terme d'évolution des Néoschwagérinidés et n'existe qu'au Permien supérieur; les poutrelles fines du réseau alvéolaire n'existent plus et la lame spirale porte seulement sous sa face interne de grosses poutrelles (*S. Annæ*, *S. longissima*), dernière forme de coalescence des groupes de poutrelles déjà soudées à la base chez *Yabeina*.

Il résulte de tout cela qu'un phénomène de convergence intéressant se produit pendant le Permien : tandis que les rameaux *Neofusulinella*, *Schwagerina*, *Doliolina*, *Neoschwagerina*, *Yabeina*, *Sumatrina* apparaissent successivement, les derniers montrant une tendance de plus en plus grande à la réunion des poutrelles en groupes soudés pour aboutir aux grosses poutrelles de *Sumatrina*, pendant ce temps les poutrelles de *Fusulina* se réduisent en nombre, augmentent de grosseur, de telle sorte que les Fusulines permiennes offrent de grosses poutrelles en massue tout à fait analogues à celles de *Sumatrina*. Il faut sans doute voir là un phénomène de convergence amené sans doute par des modifications des conditions biologiques provoquant chez tous les Fusulinidés des perfectionnements dans le renforcement de l'architecture de la coquille. C'est la même cause qui a provoqué chez les Schwagérines l'apparition des côtes basales rudimentaires donnant les Verbeekines, mais sans résultat appréciable, ces formes s'étant peu différenciées spécifiquement, leur fragile édifice étant apte à se développer davantage.

Il reste également ce fait particulièrement intéressant, que la structure seule du réseau alvéolaire et des cloisons permet de séparer les formes

ouraliennes des formes permiennes chez beaucoup de genres et de déterminer ainsi au premier abord l'âge ouralien ou permien d'un calcaire à Fusulines.

SISMOLOGIE. — *Sur les macrosismes de l'Algarve (sud du Portugal), de* 1911 *à* 1914. Note (¹) de M. **Pereira de Sousa.**

Après une étude des macrosismes du Portugal, depuis l'année 1911 jusqu'à la fin de 1914, j'ai l'honneur de présenter à l'Académie quelques observations sur ceux qui ont pris naissance dans la région sismique de l'Algarve.

L'un d'eux a eu son origine dans la partie occidentale de l'Algarve, entre Albufeira et le cap Saint-Vincent, et les autres dans la partie orientale, entre Albufeira et Vila Real de Santo Antonio.

Celui de l'Algarve occidental s'est produit le 4 mai 1913, s'est propagé surtout vers le Nord, de même que le mégasisme de 1755 (²). Son effet maximum s'est fait sentir à Lagos [intensité (VI) de la dernière échelle de Mercalli]. Ailleurs on peut enregistrer : à Sines l'intensité (IV), à Grandola (IV), à Lisbonne (III), et jusqu'en Espagne, à Cartuja (Grenade) (I); mais aucune agitation de la mer n'a été constatée.

Les autres se sont manifestés le 12 août 1911, le 11 juillet 1912 et le 20 novembre 1914; ils se sont propagés surtout vers l'Est, car le plus étendu, celui du 11 juillet, qui, comme celui de l'Algarve occidental, a atteint le maximum d'intensité (VI), a été ressenti jusqu'à Séville avec l'intensité (V?), tandis qu'à Lisbonne il a été à peine enregistré par le sismographe de l'Université (I).

Tous les macrosismes de l'Algarve oriental sont comparables par leurs effets, mais ils diffèrent par leur extension. Celui du 12 août 1911 a atteint le maximum d'intensité (VI), à Albufeira, Estoy, Vila Real de Santo Antonio; le macrosisme du 11 juillet 1912 a eu dans ces villes la même intensité, de même qu'à Huelva, en Espagne; enfin pour celui du 20 novembre 1914, l'intensité (VI) a été constatée seulement à Albufeira et à Estoy.

Je pense que la ligne Albufeira-Estoy-Vila Real de Santo Antonio-

(¹) Séance du 14 juin 1915.

(²) F. L. Pereira de Sousa, *Ideia geral dos effeitos do megasismo de* 1755 *em Portugal*, Lisboa, 1914.

Huelva, qui est dirigée parallèlement à la côte, est une ligne sismo-tectonique. Elle suit, en partie, à peu près la limite entre les grands affleurements du Lusitanien et du Néojurassique de l'Algarve oriental, passant ensuite à des régions où l'on observe de grandes dislocations comme la faille d'Albufeira, qui fait affleurer le Trias et le Lias au milieu des terrains plus récents. Elle intéresse également la Serra du Guilhim qui, selon M. Paul Choffat (1), « est formée par une voûte rompue et présente probablement quelques complications de failles »; la Serra de Sao Miguel qui offre un important affleurement de basalte; enfin la région de Castro Marin où le Culm semble être en contact par faille avec le Trias et où l'on voit un affleurement d'ophite.

J'ai déjà fait ressortir l'importance de cette ligne sismo-tectonique dans le mégasisme de 1755 et l'on peut aussi la reconnaître dans le mégasisme du Ribatejo du 23 avril 1909 (2). Il me semble qu'elle est la continuation de la dislocation du Guadalquivir, si toutefois cette vallée est jalonnée par une faille, ce qui paraît douteux aujourd'hui (3).

L'origine de ces macrosismes, d'après la disposition des isosistes et l'absence d'épicentre ou de zone épicentrale, semble devoir être attribuée aux mouvements épirogéniques qui se sont fait nettement sentir dans l'Algarve.

Sur le littoral de l'Algarve occidental on observe, dans plusieurs localités, des traces d'anciennes constructions détruites par un raz de marée (4) : on constate encore ces effets à la place du Murtinhal, située près de Sagres, à la plage de Senhora da Luz près de Lagos et à Lagos même, etc. De même, dans le mégasisme du 1er novembre 1755, un recul de la mer a mis à découvert une grande partie de sa profondeur et a permis l'observation d'un grand nombre de constructions détruites, représentant les débris d'un grand village dont la tradition même n'a laissé aucun souvenir (5).

---

(1) Paul Choffat, *Recherches sur les terrains secondaires au sud du Sado* (*Com. d C. dos T. Geol.*, t. 1, p. 244).

(2) Paul Choffat et Alfredo Bensaude, *Études sur le séisme du Ribatejo*, du 23 avril 1909.

(3) Jean Groth, *Sur la bordure méridionale de la Meseta ibérique* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1794).

(4) S. P. M. Estacio da Veiga, *Antiguidades monumentaes do Algarve*, 1887, p. 547.

(5) Joao Baptista da Silva Lopes, *Corografia ou memoria economica estadistica e topographica*, 1841, p. 222; *do Reyno do Algarve*, 1841, p. 222.

Dans la partie orientale de l'Algarve s'est formé, à partir du cap de Santa Maria, une grande pointe divisée en plusieurs îles par d'étroits canaux qui forment les embouchures des fleuves, de sorte que les dépôts de sables maritimes et d'alluvions masquent les effets de l'invasion maritime. Cependant, joint à Olhão, les anciennes forteresses d'Armona et de São Lourenço ont été envahies par la mer et, plus à l'Est, près de la Vila Real de Santo Antonio, il n'existe plus rien de l'ancien village de pêcheurs de Santo Antonio de Arenilha.

Conclusions. — Tandis que les macrosismes de l'Algarve occidental se sont propagés surtout vers le Nord, ceux de l'Algarve oriental se sont étendus vers l'Est, dans la région du Guadalquivir.

Les macrosismes qui se sont produits dans l'Algarve oriental, depuis l'année 1911 jusqu'à la fin de 1914, semblent être d'origine épirogénique; et le maximum d'intensité s'est manifesté le long de la ligne sismo-tectonique Albufeira-Estoy-Vila Real de Santo Antonio-Huelva, dont la direction se trouve jalonner le prolongement de la prétendue faille du Guadalquivir.

SISMOLOGIE. — *Sur le tremblement de terre du 18 février 1911.* Note de M. **B. Galitzine**, présentée par M. Bigourdan.

Le 18 février 1911 a eu lieu au Pamir un assez violent tremblement de terre, qui fut enregistré par différentes stations sismologiques.

Les sismogrammes obtenus n'offraient rien de particulier, et comme depuis lors plus de quatre années se sont écoulées, certainement ce sisme aurait été complètement oublié, s'il n'avait pas été reconnu plus tard qu'au même jour et à la même heure il s'était produit à Sarez, au Pamir, un immense éboulement de montagne qui combla en partie la vallée du fleuve Mourgab et la transforma en un lac.

Deux ans plus tard, M. Spilko, lieutenant-colonel d'état-major russe, a visité Sarez et y a étudié en détail cet éboulement remarquable, dont il a dressé une carte détaillée. Il a, en effet, constaté que le 18 février 1911, à $11^h 15^m$ du soir, un fort tremblement de terre de degré VIII a eu lieu à Sarez, faisant dans le district d'Oroshor 180 victimes.

Comme coordonnées de l'éboulement, M. Spilko donne :

$$\varphi = 38°16' \text{N},$$
$$\lambda = 72°34' \text{E de Greenwich};$$

le point se trouve à 3800^{km} de distance de la station sismique de Pulkovo.

Les sismogrammes de Pulkovo donnent pour le début de la première phase de ce tremblement de terre

$$P = 18^h 47^m 45^s \text{ temps moyen de Greenwich.}$$

En retranchant le temps de parcours correspondant pour les ondes sismiques longitudinales, à savoir $7^m 2^s$, on trouve, pour le moment du déclanchement du sisme à l'épicentre même,

$$t = 23^h 17^m 55^s \text{ temps moyen de l'Observatoire de Taskent,}$$

ce qui correspond entièrement au temps indiqué par M. Spilko.

Comparons maintenant les distances Δ du lieu de l'éboulement à différentes stations sismiques avec les distances épicentrales Δ', déduites d'après la différence des moments d'arrivée des premières ondes transversales et longitudinales (S — P).

Stations.	Δ.	Δ'.	$\Delta - \Delta'$.
	km	km	km
Taskent	440	480	— 40
Baku	1960	1910	+ 50
Tiflis	2390	2430	— 40
Pulkovo	3800	3690	+110

L'accord entre les Δ et Δ' peut être considéré comme des plus satisfaisants.

Il est donc hors de doute que le lieu de l'éboulement se confond avec l'épicentre même.

La carte dressée par M. Spilko a permis à M. Weber, géologue attaché au Comité géologique russe, de déterminer la valeur approchée de la masse M de la montagne écroulée, ainsi que l'abaissement H de son centre de gravité. Il ne s'agit certes pas ici de mesures exactes, mais seulement de fixer approximativement l'ordre de grandeur de ces quantités.

M. Weber a trouvé pour M une quantité énorme, à savoir de 7 à 10 milliards de tonnes. Les limites pour H seraient de 300^m à 600^m.

Ces données nous mettent en état de déterminer deux limites pour l'énergie totale E, dégagée par l'éboulement de la montagne en question.

En désignant par g l'accélération de la pesanteur, nous avons

$$(1) \qquad E = MgH.$$

En introduisant dans cette formule les valeurs précédentes et en expri-

mant le résultat en unités absolues C. G. S., on trouve les deux valeurs-limites suivantes pour E :

$$E_{\text{min.}} = 2,1 \cdot 10^{23} \text{ ergs},$$
$$E_{\text{max.}} = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ ergs}.$$

C'est une quantité véritablement énorme.

On peut maintenant se poser la question suivante : L'éboulement de Sarez fut-il la conséquence ou la cause du tremblement de terre enregistré à tant de stations sismiques éloignées ?

Pour répondre à cette question, tâchons d'évaluer l'énergie dégagée à l'épicentre d'après les données de la station sismique de Pulkovo, qui était déjà à cette époque dotée de sismographes apériodiques très sensibles à enregistrement galvanométrique.

L'énergie E, libérée à l'épicentre, se propage vers l'intérieur et le long de la surface de la Terre. Or, l'analyse des sismogrammes obtenus à des stations éloignées montre que l'énergie sismique se concentre presque exclusivement dans la phase principale des sismogrammes, c'est-à-dire qu'elle est transportée par les ondes superficielles ou longues.

En tenant compte de l'amortissement du mouvement sismique, nous obtiendrons pour l'énergie totale E_1 traversant l'unité de surface à une distance épicentrale Δ pendant toute la durée du mouvement appréciable du sol l'expression suivante :

$$E_1 = \frac{E}{2\pi\Delta^2} e^{-k\Delta}, \tag{2}$$

où k est le coefficient d'amortissement de l'énergie sismique.

En désignant par e la quantité d'énergie qui traverse l'unité de surface à la station d'observation pendant l'unité de temps, par V la vitesse de propagation des ondes longues, par ρ la densité des couches superficielles de l'écorce terrestre et par v_m^2 la moyenne des carrés de la vitesse d'une particule du sol pendant une période complète d'oscillation, nous aurons

$$e = \frac{1}{2} V \rho v_m^2. \tag{3}$$

Soient maintenant a l'amplitude du mouvement d'une particule du sol (le vecteur total) et T la période de l'onde sismique correspondante ; alors nous pouvons poser

$$v_m^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2, \tag{4}$$

a et T sont en général variables ; mais, pour une certaine durée de temps t, nous pouvons prendre des valeurs moyennes, que nous considérerons comme constantes.

Alors, d'après les formules (3) et (4), nous pouvons écrire

(5) $$E_1 = \pi^2 V \rho \sum \left(\frac{a}{T}\right)^2 t.$$

La sommation Σ doit être étendue à toute la phase principale.

Désignons les trois composantes du mouvement vrai du sol par x_N, x_E, x_Z; alors il s'ensuit

$$a = \sqrt{x_N^2 + x_E^2 + x_Z^2}.$$

Une analyse détaillée des sismogrammes pourrait certainement nous donner la valeur de a, mais pour le but que nous avons en vue on peut se contenter d'un procédé plus simple.

Comme le plan d'oscillation d'une particule du sol change constamment de direction, on peut poser en moyenne $x_N^2 = x_E^2$. En outre, la théorie des ondes sismiques superficielles donnée par Lord Rayleigh et H. Lamb montre que la composante verticale du mouvement du sol doit être dans un rapport constant avec la composante horizontale correspondante. Ce rapport devrait être d'après la théorie égal à 1,47, mais les observations de Pulkovo [1] montrent qu'il est sensiblement inférieur; on peut le prendre égal à 1,2.

On en déduit alors facilement la relation suivante :

$$a^2 = 4,88 x_N^2,$$

et en combinant les équations (2) et (5), on trouve définitivement pour l'énergie totale dégagée à l'épicentre

(6) $$E = 9,76 \pi^3 \Delta^2 e^{k\Delta} V \rho \sum \left(\frac{x_N}{T}\right)^2 t.$$

Le dépouillement du sismogramme de Pulkovo de ce sisme a fourni les valeurs *moyennes* suivantes de x_N et T pour différents intervalles de temps t :

x_N.	T.	t.
μ	s	minutes
225	15	14
60	12	16
25	13	30
10	15	25

Cela nous donne

$$\sum \left(\frac{x_N}{T}\right)^2 t = 0,00221 \text{ C. G. S.}$$

---

(1) Voir mon article à ce sujet dans le *Bulletin de l'Académie impériale des Sciences de Petrograd*, 1911, p. 983.

On a en outre

$$\rho = 2,8, \qquad V = 3,5 \frac{\text{km}}{\text{sec}} \qquad \text{et} \qquad \Delta = 3800^{\text{km}}.$$

Quant à la valeur de k, on peut, d'après les observations de Pulkovo, la poser pour les tremblements de terre venant du Pamir égale à 0,0004, si Δ est exprimé en kilomètres.

En introduisant ces valeurs dans la formule (6) et exprimant le résultat en unités absolues, on trouve définitivement

$$E = 4,3.10^{23} \text{ C. G. S.}$$

En comparant cette valeur de E, déduite des observations faites à Pulkovo, avec les deux valeurs-limites de E données plus haut, à savoir

$$E = (2,1 - 6,0).10^{23} \text{ C. G. S.},$$

nous voyons que ces deux quantités sont absolument du même ordre de grandeur et même assez rapprochées numériquement.

Ce résultat inattendu nous amène donc à la conclusion suivante :

Quelle que soit la cause qui a produit originellement l'éboulement de Sarez, nous avons le droit d'affirmer, avec beaucoup de vraisemblance, que cet éboulement ne fut pas la conséquence, mais la *cause* du sisme du 18 février 1911 enregistré à maintes stations sismiques éloignées.

Ce sisme nous présente un cas excessivement intéressant et à ma connaissance jusqu'à présent unique, où nous possédons directement la valeur de l'énergie dégagée à l'épicentre, qui en outre se confond ici avec l'hypocentre même.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Dosage de l'acidité urinaire.* Note (¹) de M. **J. Clarens**, transmise par M. Paul Sabatier.

La méthode généralement employée consiste à évaluer la quantité de potasse ou de soude décinormale nécessaire pour faire virer au rose un certain volume d'urine additionnée de phtaléine.

Comme on va le voir, cette technique, en bien des cas, peut conduire à des résultats erronés.

Le facteur principal de la réaction du sang est le carbonate de sodium

(¹) Séance du 7 juin 1915.

avec, comme antagonistes, des acides ou des sels acides dont les principaux sont les phosphates alcalins monométalliques du type PO^4MH^2.

Le rein est l'organe régulateur de l'alcalinité du sang : si elle s'exagère, il en résultera une élimination plus grande de carbonate de sodium dans l'urine ; dans le cas contraire, cette dernière deviendra plus riche en acides ou sels acides. Les variations de la réaction urinaire résulteront ainsi des perturbations apportées à la réaction du sang.

On peut réaliser des liquides présentant très approximativement les particularités des urines, au point de vue acidimétrique, par des mélanges convenables de solutions de carbonate de sodium et d'un phosphate alcalin acide.

Il est facile de prévoir et de vérifier expérimentalement comment se comportent de pareils mélanges, la phtaléine servant de réatif indicateur.

On comprend très bien que, dans ces conditions, le clinicien le plus subtil ait quelque peine à tirer des renseignements utiles d'une détermination dont les résultats dépendent de la hauteur de chute de l'urine dans le récipient qui la reçoit, ou du mode de transport de l'échantillon envoyé au laboratoire.

De tout ce qui précède on déduira une technique qui, sans grande complication, permet d'éviter les difficultés signalées :

« A un volume déterminé d'urine on ajoute un volume connu de liqueur $\frac{N}{10}$ d'acide chlorhydrique. On porte à l'ébullition pour chasser le gaz carbonique et aussitôt on refroidit rapidement. On titre alors à la phtaléine à l'aide d'une liqueur $\frac{N}{10}$ de potasse ou de soude non carbonatée. Du nombre de centimètres cubes lu sur la burette on retranche le nombre de centimètres cubes d'acide chlorhydrique employés : si le résultat est positif, la liqueur est acide. Dans le cas contraire, elle est alcaline. »

On obtient ainsi des résultats définis, ne dépendant que de la composition de l'échantillon étudié, qui, en bien des cas, différeront énormément de ceux obtenus par le mode opératoire habituel conduisant à admettre une acidité notable pour beaucoup d'urines alcalines, parfois même très alcalines.

En opérant comme je l'indique on donne au carbonate de soude et au bicarbonate la même signification. Ils interviennent dans la saturation de l'acide comme interviendrait une quantité équivalente de soude.

Si l'on se place au point de vue physiologique, cette assimilation des

deux sels me semble on ne peut plus raisonnable, puisque, pour l'alcalinité du sang, on doit leur accorder la même valeur, la transformation de l'un en l'autre s'effectuant du fait de la fonction pulmonaire.

Que le rein élimine du carbonate ou du bicarbonate, le résultat pour le sang est le même; son alcalinité diminue. Leur signification dans l'urine doit donc être la même.

Dans l'exécution du mode opératoire, on tiendra compte des remarques suivantes :

L'ébullition avec le liquide acide ne doit pas être prolongée, sans quoi elle aboutit à une diminution d'acidité de la liqueur, soit par évaporation d'acides volatils, soit par transformation d'urée en carbonate d'ammoniaque.

Le titrage par la liqueur alcaline doit toujours se faire à froid, l'hydrolyse des sels ammoniacaux que renferme l'urine s'exagérant à chaud, ce qui diminue la sensibilité du virage à la phtaléine. On augmentera cette sensibilité dans une certaine mesure, en employant une quantité notable de réactif indicateur.

Il arrive parfois aussi que l'ébullition, avec la liqueur acide, donne à l'urine une coloration rose assez gênante pour la perception du virage à la phtaléine. On y remédie en diluant suffisamment le liquide avec de l'eau distillée récemment bouillie, toujours pour éviter l'influence perturbatrice du gaz carbonique.

Le bicarbonate de sodium et le phosphate bisodique peuvent être considérés, dans une première approximation, comme à peu près neutres à la phtaléine; le carbonate est franchement alcalin.

Nous obtiendrons donc des mélanges alcalins à la phtaléine tant que la proportion de phosphate acide dans le mélange sera insuffisante pour la transformation de tout le carbonate en bicarbonate suivant la formule

$$(1) \qquad CO^3Na^2 + PO^4NaH^2 = CO^3NaH + PO^4Na^2H.$$

Dès que nous aurons dépassé cette proportion, le bicarbonate à son tour sera décomposé :

$$(2) \qquad PO^4NaH^2 + CO^3NaH = PO^4Na^2H + CO^3H^2.$$

Comme nous l'avons dit, le phosphate bisodique est sensiblement neutre à la phtaléine; d'autre part, l'acide carbonique est très facilement dissociable en gaz carbonique volatil. Nous obtiendrons donc alors des mélanges dont le titre acidimétrique variera suivant qu'ils auront été agités

ou non, l'agitation facilitant le départ du gaz carbonique. Si l'agitation a été suffisamment prolongée, la presque totalité du gaz carbonique sera expulsée et l'acidité des mélanges sera sensiblement indépendante de la quantité de phosphate acide entrant dans leur composition.

Il en sera ainsi jusqu'à ce que la proportion de carbonate de sodium et de phosphate acide mélangés corresponde à la formule (2).

A ce moment, l'addition de nouvelles quantités de phosphate acide se traduit par une augmentation du titre acidimétrique. Il subsiste toujours la perturbation apportée par la présence du gaz carbonique en solution sursaturée, si le liquide n'a pas été longuement agité, mais son importance relative est d'autant plus faible que l'excès de phosphate acide est plus grand, et d'ailleurs l'élimination spontanée du gaz carbonique, du fait des manipulations subies par l'échantillon, est d'autant plus facile que l'acidité de la liqueur est plus grande.

Ces particularités se retrouvent dans toutes les urines et elles sont particulièrement marquées dans celles qui correspondent aux mélanges de carbonate et de phosphate acide faits dans des proportions intermédiaires à celles qui sont exprimées par les formules (1) et (2). Ces urines sont nettement acides. Mais l'addition de quelques gouttes d'acide fort produit un abondant dégagement de gaz carbonique.

Leur acidité évaluée par la technique habituelle est souvent notable. Mais si l'on procède à des titrages successifs sur le même échantillon, après agitation de plus en plus longue, on trouve des résultats constamment décroissants.

PHARMACODYNAMIE. — *Mode d'action de l'or colloïdal : production des effets cardiaques par les particules de métal non dissoutes.* Note [1] de **H. Busquet**, présentée par M. Ch. Richet.

C'est une opinion généralement admise que les substances chimiques doivent être *dissoutes* pour produire un effet physiologique. Toutefois, les réactions observées après l'injection des métaux colloïdaux posent la question de savoir si, dans certaines conditions, la matière ne peut pas agir sans dissolution préalable [2]. L'or colloïdal, considéré dans ses effets

---

(1) Séance du 14 juin 1915.

(2) On sait depuis longtemps que les métaux colloïdaux, comme beaucoup de

sur le cœur de chien *in vivo*, convient tout particulièrement à la solution de ce problème.

J'ai récemment signalé (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 404) qu'une préparation d'or colloïdal ([1]), renfermant $0^g,01$ de métal par centimètre cube, produit en injection intraveineuse, à la dose de $0^g,005$ par kilogramme d'animal, un ralentissement cardiaque *immédiat* avec augmentation considérable de l'amplitude des systoles. Diverses raisons, d'ordre chimique et d'ordre pharmacodynamique, tendent à faire admettre que cet effet résulte, non d'une dissolution partielle du métal, mais d'une action physique spéciale exercée par les particules colloïdales.

1° La recherche chimique de l'or dans le sérum fourni par du sang recueilli 1 heure après l'injection d'or colloïdal ne permet pas de retrouver le métal.

2° En étudiant l'excrétion de l'or colloïdal, je n'ai pu déceler le métal ni dans les urines ni dans les matières fécales émises pendant les 48 heures qui ont suivi l'injection intraveineuse d'une dose de $0^g,02$ par kilogramme d'animal. L'impossibilité de découvrir l'or dans ces *excreta* est en faveur d'une dissolution nulle ou extrêmement lente du métal dans le liquide circulant ou dans les protoplasmas.

La recherche de l'or dans le sérum, l'urine et les fèces a été faite en double : un essai a porté sur une moitié de la substance à analyser et un essai témoin sur l'autre moitié de la même matière additionnée, avant tout traitement, de 2^{mg} d'or sous forme de chlorure d'or. La méthode employée, la même dans tous les cas, a été la suivante : on évapore la substance (sérum, urine, fèces), on calcine de manière à détruire la matière organique et l'on traite le résidu par l'eau régale au bain-marie bouillant. Lorsque le dégagement des vapeurs nitreuses cesse, on concentre fortement le liquide à feu nu, on l'additionne à deux reprises d'acide chlorhydrique concentré et l'on évapore après chaque addition, de manière à éliminer l'excès d'acide nitrique. On reprend ensuite les chlorures par une petite quantité d'eau et l'on filtre. La solution filtrée contient les chlorures alcalins, alcalino-terreux et, éventuellement, le chlorure d'or, de fer et l'alumine. On ajoute à la solution un excès de potasse. Le fer qui

---

substances inertes, se trouvent à l'état d'enclave dans certains éléments cellulaires. Mais cette constatation ne résout pas le problème posé dans cette Note; il s'agit de savoir si ces agrégats sont la cause directe de la réaction biologique ou si, au contraire, cette dernière doit être attribuée à une partie du métal qui se serait dissoute.

([1]) J'ai utilisé un or colloïdal *bleu*, obtenu par pulvérisation mécanique extrêmement fine de l'oxyde d'or; le métal se trouve en suspension dans un excipient légèrement visqueux, inactif par lui-même au point de vue de l'action cardiaque envisagée dans cette Note.

pourrait gêner dans la suite la recherche de l'or se précipite, tandis que l'or passe en solution à l'état d'aurate de potasse. On filtre et l'on caractérise l'or dans la solution filtrée. Pour cela, on l'additionne d'eau oxygénée et l'on chauffe légèrement. En présence d'une quantité même très faible d'or, on perçoit nettement une coloration rougeâtre due à l'or métallique qui précipite à l'état très divisé. Cette réaction a été négative dans tous les essais directs et positive dans les essais de contrôle, c'est-à-dire si la substance a été additionnée préalablement de 2^{mg} d'or.

3° L'or dissous sous forme de chlorure d'or tue immédiatement le chien et le lapin, à la dose de $0^g,005$ par kilogramme d'animal, administrée par voie intraveineuse. A cette même dose, et même à dose 2 fois plus forte, l'or colloïdal n'a aucune action toxique.

Cette expérience est, comme les précédentes, en faveur d'une dissolution nulle ou extrêmement lente de l'or colloïdal dans le sang ou les cellules. Il y a donc tout lieu de supposer que la réaction cardiaque produite par l'or colloïdal n'est pas due à une dissolution partielle du métal, puisque la réaction cardiaque est *immédiate*, tandis que la dissolution de l'or, si elle existe, est extrêmement lente.

4° Toutefois on pourrait prétendre qu'une très faible quantité d'or, inférieure à la limite de sensibilité de notre méthode de recherche chimique, est entrée en dissolution et que cette quantité de métal dissous suffit à provoquer les phénomènes cardiaques précités. S'il en était ainsi, on devrait pouvoir produire ces mêmes phénomènes en injectant au chien une dose du même ordre de grandeur sous forme de chlorure d'or. J'ai donc expérimenté de très faibles doses d'or dissous, variant entre $0^g,000001$ et $0^g,002$ par kilogramme d'animal. Dans aucun cas, je n'ai observé la réaction cardiaque signalée plus haut. C'est là une expérience décisive prouvant que l'effet cardiotonique consécutif à l'injection d'or colloïdal n'est pas dû à une dissolution partielle du métal.

Résumé expérimental et conclusion. — L'or colloïdal, injecté à forte dose au chien ou au lapin, ne se retrouve en proportions notables ni dans le sérum, ni dans l'urine, ni dans les matières fécales; en outre, alors que l'or dissous est immédiatement toxique à la dose de $0^g,005$ par kilogramme d'animal, l'or colloïdal n'exerce à cette dose aucune action nocive. Ces faits permettent de penser que l'or colloïdal ne se dissout pas ou se dissout très lentement dans le sang. On ne peut donc pas rapporter à une dissolution partielle du métal la réaction cardiotonique immédiate provoquée par l'or colloïdal chez le chien. D'ailleurs, la preuve certaine que cette réaction n'est pas due à une dissolution partielle du métal est tirée de ce fait que de

faibles doses d'or dissous ne produisent aucun effet cardiaque. L'or colloïdal agit donc sur le cœur en demeurant à l'état de particules non dissoutes : c'est là un exemple net d'action pharmacodynamique s'exerçant sans dissolution de la matière agissante.

MICROBIOLOGIE. — *De la stérilisation des cultures ou des émulsions microbiennes par la chaleur, sous couche mince.* Note de M. **H. Stassano**, présentée par M. Roux.

Lorsqu'on stérilise par la chaleur une culture en bouillon ou une émulsion microbienne dans de l'eau physiologique, dès que le liquide atteint, au contact de la surface chauffée, la température mortelle pour les microbes qu'il renferme, un nombre assez important de ces derniers est tué. Ce nombre grandit au fur et à mesure que le chauffage se prolonge, jusqu'à ce que la masse tout entière du liquide ait gagné la température requise. A ce moment la stérilisation est achevée.

Pour parvenir à ce résultat, la durée du chauffage, à la température limite, varie en raison du volume du liquide sur lequel on opère et de la masse, autrement dit, du nombre des microbes qui y sont en suspension. Cependant, la durée de la stérilisation peut être sensiblement réduite si l'on a soin d'agiter le liquide. Un plus grand nombre de microbes que par le jeu normal des courants de convection sont ainsi portés au contact de la paroi chauffée. D'où la stérilisation plus rapide avec un plus prompt équilibre thermique.

On peut parvenir beaucoup mieux à ce même résultat, d'une façon infiniment plus rapide et autrement plus régulière pour chaque microbe, en faisant circuler le liquide à stériliser entre deux surfaces parallèles chauffées convenablement et séparées entre elles par l'intervalle le plus restreint qu'il soit possible de réaliser. Dans l'appareil que j'ai construit dans ce but, la culture ou l'émulsion microbienne traverse, sous la pression continue et régulière d'un gaz inerte, l'azote, une cuve rectangulaire extrêmement aplatie. Cette cuve est formée par deux épaisses et larges plaques de bronze, absolument planes et parfaitement superposables. Un cadre, retaillé dans une feuille de papier japon de $\frac{1}{100}$ de millimètre d'épaisseur, tient les deux plaques uniformément écartées l'une de l'autre, et limite, dans son périmètre intérieur, les quatre côtés de la dite cuve. De nombreuses vis en assurent l'étanchéité en serrant fortement tout autour le

mince cadre de papier entre les deux plaques. On a ainsi un véritable bloc qu'on chauffe dans un bain-marie, à la température demandée.

Par deux rangées de petits trous, percés sur l'une des deux plaques, une rangée à une extrémité et l'autre rangée à l'autre extrémité de la cuve, dans le sens de la longueur, on établit la circulation du liquide à stériliser.

Ce procédé de stérilisation présente nombre d'avantages, les principaux sont :

I. Il permet de déterminer, avec beaucoup plus de précision que par les procédés employés jusqu'ici (récipients de différentes formes et capacités, tubes capillaires), les limites de résistance à la chaleur des différentes espèces de microbes. J'en retiens, comme preuve, le fait qu'en essayant un petit appareil construit d'après le principe ci-dessus, j'ai été mis à même de constater l'existence, dans une même culture, de microbes assez différents les uns des autres à l'égard précisément de la résistance à la chaleur.

Voici des exemples : une émulsion de colibacilles, venant d'être préparée avec une culture sur gélose de 20 heures, était complètement stérilisée par la température de 58°. Cette même émulsion, 8 jours après, n'était même pas entièrement stérilisée à 61°.

Une émulsion de vibrions du choléra de 18 heures, en traversant rapidement, c'est-à-dire en $\frac{1}{3}$ de seconde environ, le petit appareil en question, perdait déjà plus de la moitié de ses vibrions à la température de 45°; il ne lui en restait plus que $\frac{1}{5}$ de vivants à la température de 50°, et quelques individus à peine à la température de 55°. Une goutte, en effet, de cette émulsion, diluée 20000 fois, qui, lorsque l'émulsion n'avait pas encore été chauffée, donnait 2342 colonies, n'en donnait plus, après cette dernière épreuve (55°), que 12. Pourtant, pour la rendre absolument stérile, d'après le contrôle rigoureux de très abondants ensemencements en bouillon, il fallait arriver à 58°.

Cette même émulsion, n'étant pas chauffée, ne renfermait 8 jours après, par le seul fait du vieillissement, que le dixième d'éléments vivants, tous transformés en boules. Si on la soumettait à ce moment dans les mêmes conditions (épaisseur de la couche, rapidité d'écoulement) à des températures allant de 45° à 58°, elle accusait une résistance plus grande que l'émulsion fraîche de 18 heures. Cette augmentation de la résistance atteignait le 30 pour 100, d'après la comparaison des plaques d'isolement, et se maintenait presque la même aux différents degrés de température.

Les éléments sphériques ou arthrospores de Hueppe sont donc sensible-

ment plus résistants que les formes à virgule du vibrion du choléra, ainsi que M. Violle et moi l'avons pu établir par le procédé dont il s'agit. Nicati et Riestch (1886) n'y avaient pas réussi par les procédés courants.

II. Par ce procédé on tue les microbes d'une façon uniforme en tant que durée du chauffage et degré de température, et l'on n'en altère pas sensiblement le pouvoir antigène, immunisant. Alors que dans toutes les bouillies de microbes tués par la chaleur, destinées à la préparation des vaccins chauffés (antityphoïdique, anticholérique, etc.), à côté de très nombreux microbes (la grande majorité) tués depuis le début de la stérilisation et qui finissent par être archicuits étant sans cesse amenés contre la paroi chauffée par les remous, on trouve, au contraire, une petite fraction qui viennent à peine, au bout de 1 à 2 heures de chauffage, d'être atteints par la température limite. Le pouvoir antigène de ces différents microbes doit varier, par conséquent, considérablement des uns aux autres, et ne peut qu'être très amoindri chez les microbes surchauffés.

Effectivement, les émulsions de bacilles typhiques et cholériques stérilisées pendant 1 heure à 2 heures, comme c'est indispensable dans ce genre de préparations, et même les émulsions chauffées seulement à 56° ont perdu une grande partie de leur agglutinabilité vis-à-vis des sérums spécifiques et de leur toxicité sur les animaux. Au contraire, les émulsions stérilisées par le procédé de la couche mince, ainsi que j'ai pu m'en assurer, conservent intégralement l'agglutinabilité et la toxicité des émulsions vivantes.

Ce procédé, donc, appliqué à la fabrication des vaccins chauffés, pourra augmenter de beaucoup leur efficacité et supprimer, par contre, en grande partie, ce qui n'est pas non plus un avantage à dédaigner, les troubles locaux et généraux qu'ils engendrent, imputables simplement à l'opération du chauffage, comme les expériences de Castellani l'ont établi et prouvent indirectement les données statistiques recueillies par Fornet [1] concernant la pratique des vaccinations antityphoïdique et anticholérique, depuis la guerre anglo-boër jusqu'à ces derniers temps.

III. Ce procédé peut permettre, en outre, de stériliser ou de pasteuriser différents liquides organiques, le lait notamment, sans apporter d'appréciables modifications dans leurs constituants, dans leurs caractères. Même les oxydases du lait sont en bonne partie épargnées par ce procédé de stérilisation.

---

[1] *Deuts. Med. Woch.*, 27 août 1914.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur la glucosidification de la glycérine par la glucosidose* β(*émulsine*). Note [1] de MM. **Ém. Bourquelot, M. Bridel** et **A. Aubry**, présentée par M. Jungfleisch.

La glycérine est un alcool trivalent qui possède deux fonctions alcooliques primaires et une fonction alcoolique secondaire. Elle peut donc, théoriquement, donner naissance, avec un même glucose, à 5 glucosides différents : 2 monoglucosides, 2 diglucosides et 1 triglucoside.

Aussi peut-on s'étonner que Van 't Hoff [2] et, après lui, Bayliss [3] qui ont fait quelques tentatives de glucosidification biochimique de la glycérine, n'aient point cherché si dans leurs opérations ils avaient obtenu un ou plusieurs de ces glucosides. Sans doute, étant donné que, dans leurs essais, le nombre de molécules de glycérine était toujours environ quatre fois plus fort que celui des molécules de glucose, il est peu probable que des polyglucosides aient pu prendre naissance, au moins en quantité notable; mais comme deux monoglucosides sont possibles, il est permis de croire qu'ils se sont formés tous les deux : celui qui répond à la glucosidification de la fonction alcoolique secondaire en moindre proportion que l'autre.

Les recherches que nous publions aujourd'hui, concernant la glucosidification de la glycérine par la glucosidase β (émulsine), nous paraissent venir à l'appui de cette manière de voir. Dans ces recherches, nos expériences diffèrent de celles des auteurs précités en ce sens que les proportions de glycérine et d'eau y sont plus grandes par rapport à celles de glucose, de façon à avoir un milieu moins favorable à la formation des polyglucosides et à réduire l'action synthétisante de la gentiobiase qui, comme l'on sait, accompagne la glucosidase β dans l'émulsine.

Glucosidification de la glycérine par la glucosidase β. — Deux mélanges ont été préparés qui avait la composition suivante :

Glucose.	150^g	1^{mol}
Glycérine.	800^g	10^{mol} environ
Eau quantité suffisante pour	1000^{cm^3} (264^g)	17^{mol} »
Émulsine.	5^g	

Ces mélanges, abandonnés à la température du laboratoire, ont été

(1) Séance du 14 juin 1915.

(2) *Sitz. d. kön. preuss. Akad. d. Wissensch.*, t. 45, 10 novembre 1910, p. 963.

(3) *The Journ. of Physiol.*, t. 46, nº 3, 19 juin 1913, p. 236.

examinés au polarimètre de temps en temps. Voici les rotations observées au cours de la réaction. Rotation initiale pour $l = 2$, en retranchant la rotation gauche apportée par l'émulsine : $+15°52'$.

	Premier mélange.	Deuxième mélange.
28 mars 1914..........	$+15°52'$	$+15°52'$
18 avril »	$+12.40$	
8 mai »	$+9.2$	
31 juillet »	$+2.40$	
14 oct. »	$+0.40$	$+0.32$

Le 14 octobre on a ajouté de nouveau 5g d'émulsine à chaque mélange:

26 octobre 1914.........	$-0°8'$	$-0°8'$
3 janvier 1915.........	$-0°20'$	$-0°20'$

Il y avait eu, par conséquent, un mouvement à gauche de la rotation de $16°12'$.

Les deux mélanges réunis ont été maintenus au bain-marie bouillant pendant une demi-heure. Après refroidissement, on a ajouté 3vol d'alcool à 91c, ce qui a provoqué la formation d'un précipité qu'on a éliminé par filtration. On a étendu le liquide filtré avec de l'eau de façon à faire 6l et l'on a ajouté 60g de levure haute afin de détruire le glucose non combiné. La fermentation a duré 3 jours. On a filtré, porté à l'ébullition, filtré de nouveau et distillé au bain-marie sous pression réduite pour enlever la totalité de l'eau.

Le liquide restant était jaunâtre et sirupeux; il pesait 1380g; il renfermait les glucosides et la glycérine restée libre. Pour enlever celle-ci, on l'a agité à froid avec de l'acétone purifié additionné de 10 pour 100 en volume d'alcool à 95c, mélange qui dissout la glycérine sans enlever de glucoside. On a répété l'opération 30 fois, en employant chaque fois 1l de dissolvant, lequel enlevait 30g à 40g de glycérine.

A ce moment, l'épuisement du produit devenant plus difficile par suite de son épaississement, on l'a dissous à froid dans 100cm³ d'alcool à 95c et précipité par 500cm³ d'acétone, opération qui a été répétée 3 fois. On a perdu ainsi un peu de glucoside, mais on a, par contre, enlevé la presque totalité de la glycérine. Finalement, on a repris le résidu de moins en moins soluble par 200cm³ d'alcool à 95c bouillant, et ajouté à la solution refroidie 200cm³ d'éther acétique, ce qui a fourni un précipité qui, après dessiccation dans le vide, constituait une masse sèche et dure.

Aucune des tentatives effectuées pour faire cristalliser ce produit n'ayant réussi, on s'est décidé à l'étudier après l'avoir encore purifié par dissolution dans l'alcool méthylique absolu et addition d'un peu d'éther pour précipiter certaines impuretés. L'évaporation de la solution éthéro-alcoolique a donné un extrait incolore, sec dont on a prélevé 12g environ pour en faire 240cm³ de solution aqueuse.

Cette solution accusait une rotation ($l = 2$) de $-2°46'$. Comme, d'autre

part, 5^{cm^3} de la solution ont donné un résidu de $0^g,2538$, il s'ensuit que le pouvoir rotatoire du produit était de $-27°,25$. Soumis à l'hydrolyse sulfurique, ce produit a donné $1^g,741$ de glucose pour $2^g,538$, ce qui ne peut correspondre qu'à des monoglucosides ($2^g,538$ de monoglycérylglucoside doivent donner théoriquement $1^g,798$ de glucose).

Toute la question consistait alors à savoir si le produit était constitué par un ou plusieurs de ces composés. Nous avons pensé qu'une hydrolyse par l'émulsine, suivie avec attention, pourrait nous renseigner. On a mélangé 25^{cm^3} de la solution renfermant $5^g,076$ de produit pour 100^{cm^3} à 25^{cm^3} de solution d'émulsine, et l'on a abandonné le mélange à la température du laboratoire. Rotation initiale, déduction faite de la rotation apportée par l'émulsine : $-1°23'$ pour $l=2$. Voici les rotations observées ainsi que les quantités de glucose trouvées après :

	2 heures.	7 heures.	32 heures.	8 jours.
Rotations............	$-28'$	$+38'$	$+1°28'$	$+1°50'$
Glucose pour 100^{cm^3}...	$0^g,599$	$1^g,122$	$1^g,565$	$1^g,700$

Avec ces données, et en admettant que le produit soit à l'état de monoglucoside, on trouve par le calcul que les portions hydrolysées en 2 heures, 7 heures, 32 heures et 8 jours avaient comme pouvoirs rotatoires respectifs : $-17°,05$; $-26°,46$; $-27°,32$; $-29°,83$.

Il n'est donc pas douteux que le produit obtenu par synthèse biochimique renferme au moins deux glucosides, différant par leur pouvoir rotatoire et par leur résistance à l'action de l'émulsine. C'est ce qu'a démontré encore une hydrolyse sulfurique, effectuée dans le même but que la précédente, et que le défaut d'espace ne nous permet pas de décrire ici.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

A. Lx.